



под редакцией Д.А. Мальцева

МАТЕМАТИКА

9 класс. ОГЭ 2021

40 тестов + задачник
по новой Демоверсии ОГЭ 2021



**НАРОДНОЕ
ОБРАЗОВАНИЕ**

Под редакцией Д.А. Мальцева

МАТЕМАТИКА

9 класс

ОГЭ 2021

- ✓ *40 тестов по новой Демоверсии*
- ✓ *задачник части 2*

Издатель Мальцев Д.А.
Ростов-на-Дону

Народное образование
Москва
2021

Содержание

О авторов.....5

Учебно-тренировочные тесты.....8

ТТТееессттт№№№1.....8

2.....7

ТТТееессттт№№№3.....7

4.....6

ТТТееессттт№№№5.....6

6.....6

ТТТееессттт№№№7.....6

8.....6

ТТТееессттт№№№9.....6

1110.....5551

ТТТееессттт№№№1.....6

1112.....7

ТТТееессттт№№№3.....8

1114.....9

ТТТееессттт№№№5.....8

1116.....9

ТТТееессттт№№№7.....9

1118.....9

ТТТееессттт№№№9.....9

2220.....1111110

ТТТееессттт№№№1.....1111110

2222.....1112221

ТТТееессттт№№№3.....1112221

2224.....1113332

ТТТееессттт№№№5.....1113332

26.....7

[illegible]

От авторов

Данное пособие предназначено для подготовки к итоговой аттестации по математике за курс основной школы. Оно содержит 40 тестов, составленных авторами по Демоверсии ОГЭ 2021 с учётом всех изменений на 1 сентября 2020 года.

Все тесты пособия попарно подобны — тесты № 2 подобны тесту № 4, тесту № 3 подобен тесту № 1 и т.д. Отметим, что соседние пары тестов также подобны друг другу: например, задание № 2 в тестах № 5, 6 представляет собой задачу на проценты, и в тестах 7, 8 это также задача на проценты. Такое сходство тематик заданий в соседних парах тестов позволяет разбить все 40 тестов пособия на 10 групп по 4 теста в каждой, что может быть удобным в том случае, если пособие будут использовать для проведения контрольных работ или диагностических тестирований.

Одновременно с данным пособием выходит Решебник, содержащий решения заданий части 2 нечётных тестов и решения задач с чётными номерами из задачника. Также в Решебнике приведены указания и краткие решения к наиболее сложным задачам № 24, № 25 тестов с чётными номерами.

Регулярные занятия по данному пособию позволят ученику не только успешно подготовиться к итоговому экзамену по математике в 9 классе, но и так же помогут развить свои математические навыки существенно выше уровня математической грамотности. А это, в свою очередь, окажет неограниченную помощь в дальнейшем обучении — в независимости от выбранного колледжа или будущей специальности.

Далее приведён примерный текст инструкции, которым на экзамене будет снабжён каждый из КИМов.

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий, развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываете в бланк ответов № 1 в виде цифр, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ записываете в поле ответа текстер работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ записываете в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним записываете на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также тексты контрольных и измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в текстер работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, и из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 15–19, 23–25).

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был дан под правильным номером.

Желаем успеха!

Обоценивании результатов тестирования

Завершено выполненное задание с кратким ответом выставляется 1 балл. Задания с развёрнутым ответом (задания №20–№25) в зависимости от степени верности их выполнения оцениваются от 0 до 2 баллов.

Таким образом, максимальное количество баллов, которое можно набрать на ОГЭ по математике в 2021 году, равно 31—19 баллов за все задания части 1 и 12 баллов за часть 2 заданий.

Ниже приведена рекомендуемая шкала пересчёта суммарного числа баллов экзаменационной отметки по пятибалльной шкале, которая использовалась при проведении ОГЭ 2019. Максимальное число баллов за работу в 2021 году уменьшилось на 1 балл, но при этом нижняя граница отметки «3» осталась той же самой — для получения положительной отметки необходимо набрать не менее 8 баллов. Точные границы между «3» и «4» и между «4» и «5» будут объявлены позднее. В настоящее время для примерного оценивания результатов тестирования можно использовать приведённую ниже шкалу, в которой минимальные необходимые баллы для отметки «3» — 15 баллов и 22 балла соответственно.

*Шкала пересчёта суммарного балла за выполнение
экзаменационной работы в отметку по математике*

Суммарный балл за работу 0–78–1415–2122–32			
Отметка по пятибалльной шкале «2»	«3»	«4»	«5»

Согласно рекомендуемым критериям оценивания экзаменационной работы, жёстких требований к оформлению не предъявляется, а исправления и переписывания, если они сделаны явно, не являются основанием для снижения отметки.

Желаем Вам успеха!

Авторы благодарят рецензентов данной книги за внимательное прочтение рукописи и ценные замечания.

Учебно-тренировочные тесты

*Если вы хотите научиться плавать, то
смело ходите в воду, а если хотите на-
учиться решать задачи – решайте их.*

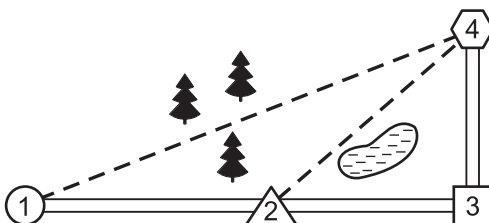
Д. Пойа. Математическое открытие

Тест №1

Часть 1

Прочитайте внимательно текст и выполните задания к нему.

Коля летом отдыхает у бабушки и дедушки в деревне Мухино. Коля с дедушкой собираются съездить на велосипедах в село Васильки. Из Мухино в Васильки можно проехать по прямой лесной дорожке. Есть более длинный путь по шоссе – через деревню Кожухово в деревню Дубровку, где нужно повернуть под прямым углом налево на другое шоссе, ведущее в Васильки. Есть и третий маршрут: в Кожухово можно свернуть прямо в тропинку, которая идёт мимо пруда прямо в Васильки.



По шоссе Коля с дедушкой едут со скоростью 20 км/ч, а по лесной дорожке и тропинке – 15 км/ч. Расстояние по шоссе от Мухино до Кожухово равно 27 км, от Мухино до Дубровок – 48 км, а от Дубровок до Васильков – 20 км.

1 Пользуясь описанием, определите, какими цифрами на плане обозначены населённые пункты. В ответ запишите полученную последовательность четырёх цифр.

9 Решите уравнение $5x_2 - 1,25 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, то ответ запишите меньший из корней.

Ответ: _____

10 У Сашив копилке лежит 7 однорублёвых, 5 двухрублёвых, 6 пятирублёвых и 2 десятирублёвых монеты. Саша наугад достаёт и из копилки одну монету. Найдите вероятность того, что оставшаяся в копилке сумма составит менее 60 рублей.

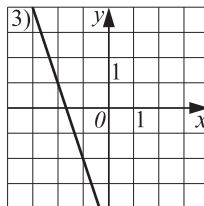
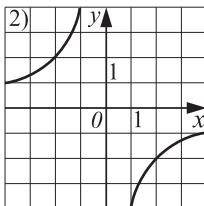
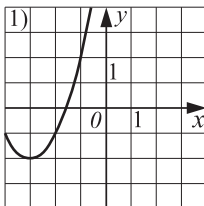
Ответ: _____

11 Установите соответствие между функциями и их графиками.

A) $y = -\frac{x}{4}$

B) $y = -3x - 5$

B) $y = x_2 + 6x + 7$



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В

Ответ:

12 В городской службе таксистов (в рублях) рассчитывается по формуле: $C = 70 + 8(t - 5)$, где t — длительность поездки, выраженная в минутах ($t > 5$). Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость 13-минутной поездки. Ответ укажите в рублях.

Ответ: _____

13 Укажите решение неравенства $3 \cdot (5 - 7x) < 9 - 11x$.

1) $(-\infty; -0,6)$ 2) $(-\infty; 0,6)$ 3) $(-0,6; +\infty)$ 4) $(0,6; +\infty)$

Ответ: ☐

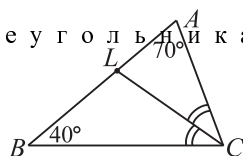
14 Больной принимает лекарство по следующей схеме: в первый день он принимает 4 капли, а в каждый следующий — на 4 капли больше, чем в

предыдущий; дойдя до 36 капель, он пьет еще 36 капель, а потом ежедневно уменьшает прием на 4 капли, доводя его до 4 капель в последний день приема. Сколько пузырьков лекарства, в каждом из которых по 100 капель, нужно купить больному, чтобы его хватило на весь курс?

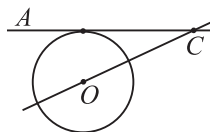
Ответ: _____

15 Отрезок CL — биссектриса треугольника ABC . Найдите величину угла ALC (в градусах), если известно, что $\angle A = 70^\circ$, $\angle B = 40^\circ$.

Ответ: _____

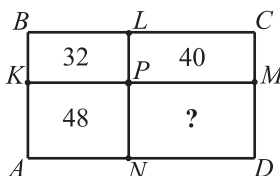


16 Окружность с центром в точке O касается луча CA (см. рисунок). Найдите градусную меру угла ACO , если градусная мера меньшей из дуг окружности, заключенных внутри угла ACO , равна 70° . Ответ: _____



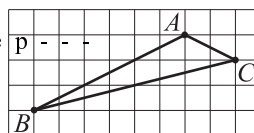
17 Прямоугольник $ABCD$ разделен отрезками KM и LN на четыре меньших прямоугольника. Площади прямоугольников $AKPN$, $BKPL$, $CLPM$ известны, см. рисунок. Найдите площадь прямоугольника $DNPM$.

Ответ: _____



18 На клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ отмечен треугольник ABC с вершинами в узлах сетки. Найдите длину биссектрисы угла A этого треугольника. Ответ дайте в сантиметрах.

Ответ: _____



19 Укажите номер верных суждений.

1) Все высоты равностороннего треугольника равны.

Если стороны одного угла перпендикулярны сторонам другого угла, то такие углы равны.

3) Отношение площадей подобных треугольников равно коэффициенту подобия.

- 4) В любом треугольнике найдётся угол, не превышающий 60 градусов.

Ответ: _____

Часть 2

- 20** Найдите значение выражения $\frac{3^{x-2}}{12^{x+3}}$, если известно, что $2^x = 0,25$.

- 21** Путешественник переплыл море на яхте, при этом средняя скорость его передвижения составила 25 км/ч. Обратный путь он летел на моторной лодке со скоростью 475 км/ч. Найдите среднюю скорость путешественника (в км/ч) на протяжении всего пути.

- 22** Постройте график функции $y = x_2 - |5x + 2|$ и определите, каких значениях m прямая $y = m$ имеет с этим графиком ровно три общие точки.

- 23** Точки K, L, M являются серединами сторон AB, CD, EF правильного шестиугольника $ABCDEF$. Найдите длину стороны этого шестиугольника, если площадь треугольника KLM равна $36\sqrt{3}$.

- 24** Докажите, что в прямоугольном треугольнике биссектриса прямого угла делит пополам угол между медианой и высотой, проведёнными из этой же вершины.

- 25** В треугольнике ABC на сторонах AB, AC и BC взяты соответственно точки M, N и K так, что четырёхугольник $AMKN$ является параллелограммом, площадь которого составляет $\frac{8}{3}$ площади треугольника ABC . Найдите длину отрезка MN , если $AB = 12$, $AC = 16$ и $\angle BAC = 120^\circ$.

Тест №2

Часть 1

Прочитай внимательно текст и выполни задания к нему.

Костя и Ваня живут в одном посёлке. Ребята собираются съездить на самокатах в кондитерскую за тортом. От дома Ваня может проехать по

- 22** Постройте график функции $y = \frac{x-1}{4x^2-7x+3}$ и найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ не имеет общих точек.
- 23** Вершины треугольника вписаны в окружность на дуги, длины которых относятся как $2 : 3 : 1$. Найдите радиус окружности, если большая из сторон равна 6 .
- 24** В средней линии трапеции $ABCD$ с основанием AD выбрали произвольную точку M . Докажите, что сумма площадей треугольников ABM и CDM равна половине площади трапеции.
- 25** Окружности радиусов 2 и 6 касаются друг друга во внешней точке A . Через точку A проведены две прямые, пересекающие эти окружности: одна из них пересекает меньшую окружность в точке B , а большую — в точке C , другая пересекает меньшую окружность в точке D , а большую — в точке E . Найдите площадь четырёхугольника $BDCE$, если известно, что $\angle OAE = 30^\circ$, $\angle OAC = 15^\circ$, где точка O — центр большей окружности.

Тест №7

Часть 1

Прочитай внимательно текст и выполни задания к нему.

В здании спортивного комплекса планируется строительство бассейна для детей дошкольного возраста. Бассейн будет иметь следующие размеры: длина 15 м, ширина 4 м, глубина $1,5$ м. В помещении предусмотрена дверь высотой 2 м и шириной 90 см и четыре окна. Для фильтрации воды в бассейне можно использовать песочный или ионообменный фильтр. В таблице представлены характеристики трёх фильтров.

Номер фильтра	Тип	Объём бассейна, тыс. л	Пропускная способность, м ³ /ч	Цена, руб.
1	п е	с 90–120	26124800 л	н ы
2	п е	с 80–100	22113500 л	н ы
3	д и а	т о м	и т о	в ы

Для иатомитового фильтра требуется дополнительно приобрести кран стоимостью 17400 рублей.

- 1** Установите соответствие между объёмами бассейна и номерами фильтров, для которых данный объём является наименьшим объёмом для обслуживания.

Объём (тыс. л)	80	590		
Номер фильтра				

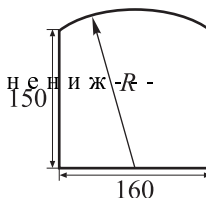
- 2** Найдите планируемый объём строящегося бассейна. Ответ дайте в кубических метрах.

Ответ: _____

- 3** На фильтр пропускной способностью $22 \text{ м}_3/\text{ч}$ сделали скидку 15%. Сколько рублей стал стоить фильтр?

Ответ: _____

- 4** Верхняя часть окон в здании бассейна выполнена в виде арки, которая представляет собой дугу окружности радиуса R с центром в середине нижней стороны окна, см. рисунок. Разрыв окна показан на рисунке в сантиметрах. Найдите радиус закругления арки в сантиметрах.



Ответ: _____

- 5** Фирма, продающая оборудование для бассейна, предлагает следующие скидки: 15% — для фильтра №1, 15% — для фильтра №2, 10% — для фильтра №3 (надополнительный кран к этому фильтру скидка не распространяется). Какой из фильтров необходимо установить в бассейн, если требуется, чтобы пропускная способность фильтра составляла не менее 25% объёма бассейна в час, и при этом стоимость фильтра была минимальна? В ответе укажите этот фильм в рублях (с учётом скидки).

Ответ: _____

- 6** Найдите значение выражения $9,8 - 7,6 : 0,5$.

Ответ: _____

- 7 На координатной прямой точки A, B, C и D соответствуют числам $-1,091; -1,1; 1,12; -1,095$.



Какой точке соответствует число $-1,1$?

- 1) A 2) B 3) C 4) D

Ответ:

- 8 Найдите значение выражения $a_3 \cdot b_{-4} \cdot a_{-3} \cdot b_3$ при $a = 4, b = \sqrt[3]{2}$.

Ответ: _____ () $\sqrt{\quad}$

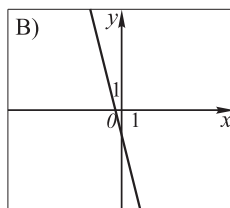
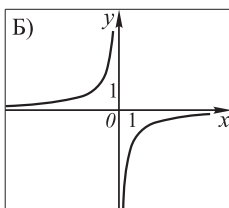
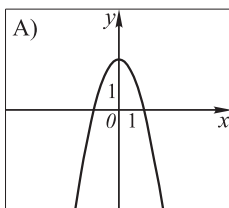
- 9 Решите уравнение $(x + 11)(x - 10) = (x + 11)(x + 18)$. Если уравнение имеет несколько корней, то в ответе укажите больший из них.

Ответ: _____

- 10 Из слова «диалектика» случайным образом выбирается одна буква. Какова вероятность того, что будет выбрана буква, которая встречается в слове «диалектика» только один раз?

Ответ: _____

- 11 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.



1) $y = -2 - 4x$

2) $y = -\frac{1}{x}$

3) $y = -x_2 + 4$

Ответ:

А	Б	В

12 Перевод температуры по шкале Фаренгейта в шкалу Цельсия осуществляется по формуле: $C = \frac{5}{9} (F - 32)$, где F – градус Фаренгейта, C – градус Цельсия. Газетная бумага воспламеняется при температуре 451° по шкале Цельсия. При какой температуре по шкале Фаренгейта воспламеняется бумага?

Ответ: _____

13 Укажите решение системы неравенств $\frac{4999}{6} - \frac{4x - x - 59}{6} \leq x$, $\frac{x}{2} \leq x$.

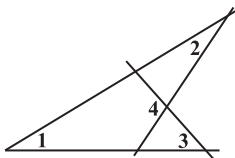
1) $(-\infty; 15)$ 2) $(15; +\infty)$ 3) $(12; 15)$ 4) $(12; +\infty)$

Ответ: ☐

14 Бригада маляров в течение 14 дней красила забор, ежедневно увеличивая норму покраски на одно то же число метров. Известно, что за седьмой и восьмой дни бригада покрасила по 80 метров забора. Сколько метров забора покрасили маляры за все 14 дней?

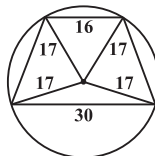
Ответ: _____

15 На приведённом ниже рисунке угол 1 равен 30° , угол 2 равен 25° , угол 3 равен 50° . Найдите градусную меру угла 4.



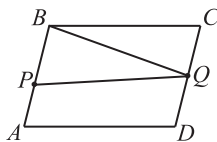
Ответ: _____

16 В окружность вписана трапеция, основания которой равны 16 и 30, причём центр окружности лежит внутри трапеции. Найдите высоту этой трапеции.



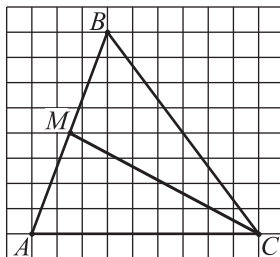
Ответ: _____

17 На стороне AB параллелограмма $ABCD$ взята точка P так, что $AP : BP = 3 : 4$. Найдите площадь треугольника BPQ , где точка Q – середина стороны CD , если площадь параллелограмма $ABCD$ равна 224.



Ответ: _____

18 На клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ изображён треугольник ABC с вершинами в узлах сетки, см. рисунок. Найдите длину медианы CM .



Ответ: _____

19 Укажите номер верных утверждений.

- 1) Если при пересечении двух прямых третьей прямой соответственные углы равны, то эти прямые параллельны.
- 2) Для любого треугольника сумма двух его углов больше третьего. Если угол равен 90° , то смежный с ним угол также равен 90° .
- 4) Через любые две точки проходит ровно одна прямая.

Ответ: _____

Часть 2

20 Найдите значение выражения $x + y + 2z$, если известно, что $7x + 5y = 3$, $y + 7z = 9$.

21 В химической лаборатории в двух сосудах содержится раствор борной кислоты различной концентрации. В первом сосуде содержится 3 литра раствора, а во втором – 5 литров. Если растворы, находящиеся в этих сосудах, смешать, то получится 44% раствор кислоты. А если смешать равные объёмы этих растворов, то получится 40% раствор. Какова концентрация раствора (в процентах), содержащегося в первом сосуде?

22 Постройте график функции $y = \frac{x_2 - x - 6}{x_4 - 13x_2 + 36}$ и найдите все значения a , при которых прямая $y = a$ имеет с этим графиком ровно одну общую точку.

23 В треугольнике ABC биссектриса угла A пересекает высоту BH в точке P . Известно, что $BP : PH = 17 : 8$. Найдите радиус описанной окружности треугольника ABC , если $BC = 60$.

24 Диагонали трапеции $ABCD$ с основаниями BC и AD пересекаются в точке P . Докажите, что площади треугольников ABP и CDP равны.

25 Две окружности касаются друг друга во внутренней точке A , причём меньшая окружность проходит через центр большей. Хорда BC большей окружности касается меньшей окружности в точке P . Найдите длину отрезка AP , если радиус меньшей окружности равен 17 , а $BC = 60$.

Тест №8

Часть 1

Прочитайте внимательно текст и выполните задания к нему.

Хозяин дачного участка строит баню с парным отделением. Парное отделение имеет размеры: длина 3 м, ширина $2,4$ м, высота $1,8$ м. Оно находится в парном отделении, для доступа внутрь планируется дверь шириной 70 см, высота дверного проёма $1,8$ м. Для прогрева парного отделения можно использовать электрическую или дровяную печь. В таблице представлены характеристики трёх печей.

Номер печи	Тип	Объём помещения, куб. м	Масса, кг	Цена, руб.
1	электрическая	18	120	15000
2	дровяная	18	150	12000
3	дровяная	18	180	10000

Для установки дровяной печи дополнительных затрат не потребуется. Установка электрической печи потребует подведения специального кабеля, что обойдётся в 7800 рублей. А установка дровяной печи требует дополнительного обкладывания её кирпичом и обустройства вытяжки дыма, что обойдётся в 15000 рублей.