



*Д.А. Мальцев,  
А.А. Мальцев,  
Л.И. Мальцева*

# МАТЕМАТИКА

Подготовка к ЕГЭ 2024

Профильный уровень

Книга 1

- ✓ *Более 1500 заданий части 1*
- ✓ *10 проверочных вариантов*
- ✓ *Решения наиболее сложных задач*

Издатель Мальцев Д.А.  
Ростов-на-Дону

Народное образование  
Москва  
2024

ББК 22.1  
М 21

**Рецензент:** *Е. А. Шатилова*, учитель высшей категории

**Авторы:** *Д. А. Мальцев, А. А. Мальцев, Л. И. Мальцева*

**М 21 Математика. Подготовка к ЕГЭ 2024. Профильный уровень. Книга 1** / Д.А. Мальцев, А.А. Мальцев, Л.И. Мальцева. — Ростов н/Д: Издатель Мальцев Д.А.; М.: Народное образование, 2024. — 328 с.

ISBN 978-5-87953-691-1

Перед Вами одна из трёх книг, входящих в учебно-методический комплект «Математика. Подготовка к ЕГЭ 2024. Профильный уровень».

Данная книга полностью посвящена первой части экзаменационной работы — заданиям с кратким ответом. Она состоит из трёх разделов:

- в разделе I приведены **все типы задач с кратким ответом** банка заданий ЕГЭ, а также некоторые другие задачи;
- раздел II содержит **10 проверочных вариантов**, составленных в соответствии со структурой первой части экзаменационной работы;
- в разделе III даны **решения** наиболее сложных задач раздела I.

Необходимым дополнением этой книги является пособие «Математика. Подготовка к ЕГЭ 2024. Профильный уровень. Книга 2», содержащее 50 тестов по новой ДемOVERсии ЕГЭ 2023, а также «Решebник» к этому пособию.

Регулярное решение задач данной книги, начиная с 10 класса, поможет учащимся освоить школьный курс математики на более глубоком уровне, что, в свою очередь, будет способствовать успешной сдаче ЕГЭ по математике.

ISBN 978-5-87953-691-1

ББК 22.1

© ИП Мальцев Д.А., 2023

# Содержание

<b>Предисловие</b> .....	<b>6</b>
<b>Раздел I. Учебно-тренировочные задачи</b> .....	<b>8</b>
Задание № 1. Планиметрия .....	8
Площадь и периметр .....	8
Вычисление углов и метрические соотношения ....	15
Трапеция и параллелограмм .....	20
Подобие фигур .....	22
Вписанная и описанная окружности .....	24
Задание № 2. Координаты и вектора .....	32
Задание № 3. Стереометрия .....	39
Нахождение элементов пирамиды и призмы .....	39
Площадь поверхности и объём .....	44
Задание № 4. Теория вероятности .....	58
Задание № 5. Теория вероятности .....	70
Задание № 6. Уравнения .....	86
Рациональные уравнения .....	86
Иррациональные уравнения .....	88
Показательные уравнения .....	90
Логарифмические уравнения .....	94
Тригонометрические уравнения .....	97
Задание № 7. Преобразования выражений .....	99
Рациональные выражения .....	99
Арифметический корень .....	102
Выражения, содержащие степень .....	105

---

Тригонометрические выражения .....	108
Логарифмические выражения .....	111
Задание №8. Производная и её применение к исследованию функций .....	116
Задание №9. Задачи с физической формулировкой .....	133
Задание №10. Текстовые задачи .....	142
Задачи на движение .....	142
Нахождение средней скорости .....	146
Задачи на работу .....	147
Задачи на смеси .....	149
Задачи на «сложные» проценты .....	150
Задачи на проценты .....	152
Задачи на арифметическую прогрессию .....	154
Задание №11. Графики функций .....	155
Задание №12. Исследование функций с помощью производной .....	171
<b>Раздел II. Проверочные варианты .....</b>	<b>176</b>
Вариант №1 .....	176
Вариант №2 .....	178
Вариант №3 .....	180
Вариант №4 .....	183
Вариант №5 .....	185
Вариант №6 .....	187
Вариант №7 .....	190
Вариант №8 .....	192
Вариант №9 .....	194
Вариант №10 .....	197

---

<b>Раздел III. Решения учебно-тренировочных задач .....</b>	<b>199</b>
Решения заданий №1 .....	199
Решения заданий №2 .....	206
Решения заданий №3 .....	213
Решения заданий №4 .....	217
Решения заданий №5 .....	228
Решения заданий №6 .....	260
Решения заданий №7 .....	265
Решения заданий №8 .....	269
Решения заданий №9 .....	281
Решения заданий №10 .....	288
Решения заданий №11 .....	299
Решения заданий №12 .....	313
<b>Ответы .....</b>	<b>317</b>
<b>Карта индивидуальных достижений обучающегося .....</b>	<b>325</b>
<b>Литература .....</b>	<b>326</b>

## Предисловие

Перед Вами одна из трёх книг, входящих в учебно-методический комплект «Математика. ЕГЭ 2024. Профильный уровень». Этот учебно-методический комплект поможет выпускнику добиться необходимого ему результата на ЕГЭ по математике.

Данная книга полностью посвящена первой части работы — заданиям с кратким ответом. Как показывает практика, очень многие сильные ученики допускают на экзамене несколько досадных ошибок при решении заданий с кратким ответом. Если выпускник ставит перед собой цель набрать не менее 80 сертификационных баллов, то ошибаться в первой части работы неприемлемо, поскольку «отыгрывать» потерянные баллы на заданиях с развёрнутым ответом гораздо сложнее. Поэтому рекомендуем всем выпускникам в процессе подготовки серьёзно отнестись к заданиям первой части и прорешать большую часть заданий этого пособия.

### О структуре пособия

Данное пособие состоит из трёх разделов. В Разделе I приведены все типы задач с кратким ответом из банка заданий ЕГЭ, а также некоторые другие задачи. Этот раздел разбит на 12 подпунктов, в соответствии с числом заданий первой части экзаменационной работы. Отметим, что внутри каждого подпункта все задания сгруппированы по типам, при этом номер первой из задач какого-либо типа выделен квадратиком. Некоторые из типов заданий отмечены также символом \*, означающим, что этот тип задач относится к задачам повышенной сложности.

Раздел II содержит 10 проверочных вариантов, составленных в соответствии со структурой первой части экзаменационной работы. Решение этих вариантов позволит выпускнику закрепить навыки, полученные при решении задач Раздела I, а также дополнительно попрактиковаться в решении заданий первой части на полноценном варианте из 12 задач.

В Разделе III даны решения наиболее сложных задач Раздела I. При этом особое внимание уделено типу заданий, который впервые появился в Демоверсии Профильного ЕГЭ в 2022 году, — задачам на вычисление условной вероятности. В подпункте, посвящённом решению этого задания, даны необходимые теоретические сведения и подробно разобрана каждая вторая задача на вычисление условной вероятности.

Отметим, что значительное внимание уделено также решениям задач на вычисление «обычной» вероятности, задач на производную и её применение к исследованию функций, заданий «с физической формулировкой», текстовых задач. Соответствующие подпункты Раздела III фактически содержат полную теорию решения перечисленных выше заданий.

Также в пособие добавлены задачи на вектора, которые включены в Демоверсию Профильного ЕГЭ 2024 года. В Разделе III приведены решения наиболее сложных из них.

Необходимым дополнением этой книги являются пособия «Математика. Подготовка к ЕГЭ 2024. Профильный уровень. Книга 2», содержащее 50 тестов по новой Демоверсии ЕГЭ, и «Решебник» к указанному пособию.

Регулярное решение задач данной книги, начиная с 10 класса, поможет учащимся освоить школьный курс математики на более глубоком уровне, что, в свою очередь, будет способствовать успешной сдаче ЕГЭ по математике.

Желаем Вам успехов!

## Раздел I. Учебно-тренировочные задачи

*Холодные числа, внешне сухие формулы  
математики полны внутренней красоты  
и жара сконцентрированной в них мысли.*

*А. Д. Александров*

### Задание №1. Планиметрия

#### Площадь и периметр

1. Найдите площадь параллелограмма, если длина одной из его сторон равна 7, длина другой равна 10, а один из углов равен  $30^\circ$ .
2. Найдите площадь треугольника, стороны которого равны  $8\sqrt{2}$  и 10, а угол между этими сторонами равен  $135^\circ$ .
3. Найдите площадь ромба, если его стороны равны  $\sqrt{11}$ , а один из углов равен  $150^\circ$ .
4. Найдите площадь ромба, если его высота равна 3, а один из углов равен  $30^\circ$ .
5. Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 6 и 16.
6. Площадь ромба равна 75, а одна из его диагоналей равна 12. Найдите другую диагональ ромба.
7. Площадь ромба равна 120, а одна из его диагоналей равна 24. Найдите периметр ромба.
8. Периметр ромба равен 100, а одна из его диагоналей равна 40. Найдите площадь ромба.
9. Найдите периметр прямоугольника, если его площадь равна 48, а одна из сторон ровно в три раза больше другой стороны.
10. Найдите периметр прямоугольника, если его площадь равна 112, а отношение соседних сторон равно  $4 : 7$ .

**11** Найдите периметр прямоугольника, если его площадь равна 84, а разность между большей и меньшей сторонами равна 5.

**12.** Периметр прямоугольника равен 56, а площадь равна 171. Найдите большую сторону прямоугольника.

**13** Периметр прямоугольника равен 22, а диагональ равна 9. Найдите площадь этого прямоугольника.

**14.** Периметр прямоугольника равен 28, а диагональ равна 11. Найдите площадь этого прямоугольника.

**15** Одно из оснований трапеции равно 28, высота равна 8, а площадь равна 178. Найдите второе основание трапеции.

**16.** Высота трапеции равна 9, а площадь равна 198. Найдите среднюю линию трапеции.

**17.** Средняя линия трапеции равна 16, площадь равна 152. Найдите высоту трапеции.

**18** Основания равнобедренной трапеции равны 15 и 39, а её периметр равен 80. Найдите площадь трапеции.

**19.** Основания равнобедренной трапеции равны 7 и 23, а её площадь равна 225. Найдите периметр трапеции.

**20.** Основания трапеции равны 8 и 22, площадь трапеции равна 180, а одна из боковых сторон равна 15. Найдите вторую боковую сторону трапеции.

**21** Около окружности, радиус которой равен 5, описан многоугольник, периметр которого равен 32. Найдите площадь этого многоугольника.

**22.** Около окружности, радиус которой равен 8, описан многоугольник, площадь которого равна 104. Найдите периметр этого многоугольника.

**23.** Около окружности описан многоугольник, площадь которого равна 150, а периметр равен 20. Найдите радиус этой окружности.

## Раздел II. Проверочные варианты

### Вариант №1

1 Сумма двух углов параллелограмма равна  $112^\circ$ . Найдите градусную меру большего из углов параллелограмма.

Ответ: \_\_\_\_\_

2 На координатной плоскости заданы точки:  $A(1; -6)$ ,  $B(-2; 4)$ ,  $C(-7; -3)$  и  $D(5; -2)$ . Найдите длину вектора  $2 \cdot \overrightarrow{AC} + 3 \cdot \overrightarrow{BD}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

3 В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы со стороной основания 25 см, налили воду. Высота уровня воды равна 100 см. Воду перелили в другой сосуд такой же формы, в результате чего высота уровня воды понизилась на 75 см. Найдите длину стороны основания второго сосуда. Ответ выразите в сантиметрах.

Ответ: \_\_\_\_\_

4 Гирлянда состоит из 380 красных, 210 зелёных, 190 жёлтых и 220 синих лампочек. Одна из лампочек перегорела. Какова вероятность, что перегоревшая лампочка красного цвета?

Ответ: \_\_\_\_\_

5 В городе 45% взрослого населения — мужчины. Пенсионеры составляют 15,7% взрослого населения, причём доля пенсионеров среди мужчин составляет 8%. Проводя в этом городе социологическое исследование, для опроса случайным образом выбрали взрослую женщину. Какова вероятность того, что выбранная женщина является пенсионеркой?

Ответ: \_\_\_\_\_

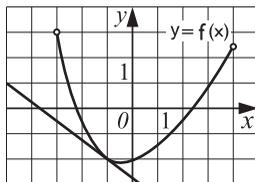
6 Решите уравнение  $4^{5x+6} = 64$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

- 7] Найдите значение выражения  $\sqrt{2} \cdot \operatorname{ctg} \alpha$ , если  $\sin \alpha = \frac{1}{3}$  и  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

- 8] Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-3; 4)$ . На рисунке изображён её график и касательная к этому графику в точке с абсциссой  $x_0 = -1$ . Вычислите значение производной  $f'(x)$  в точке  $x_0 = -1$ .



Ответ: \_\_\_\_\_

- 9] По закону Ома для полной цепи, сила тока  $I$ , измеряемая в амперах, равна  $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$ , где  $\varepsilon$  — ЭДС источника в Вольтах,  $r$  — его внутреннее сопротивление (в омах),  $R$  — сопротивление цепи (в омах). Определите, при каком наименьшем сопротивлении цепи  $R$  (в омах) сила тока  $I$  будет составлять не более 60% от силы тока короткого замыкания  $I_{\text{кз}} = \frac{\varepsilon}{r}$ , если внутреннее сопротивление источника  $r = 0,6$  Ом.

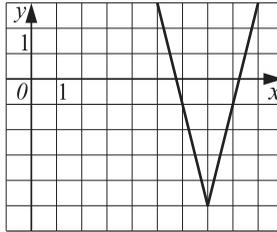
Ответ: \_\_\_\_\_

- 10] Первые полчаса автомобиль ехал со скоростью 80 км/ч, следующий час — со скоростью 75 км/ч, а затем 2,5 часа — со скоростью 70 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_

- 11] На данном ниже рисунке изображён график функции  $f(x) = a|x + b| + c$ , где числа  $a, b$  и  $c$  — целые. Найдите значение  $f(-47)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_



- 12** Найдите точку минимума функции  $y = (3x^2 - 36x + 63) \cdot e^{x-3}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

### Вариант №2

- 1** Точки  $A, B, C$ , расположенные на окружности, делят её на три дуги, градусные величины которых относятся как  $2 : 3 : 4$ . Найдите градусную меру меньшего из углов треугольника  $ABC$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

- 2** На координатной плоскости заданы точки:  $A(-5; -4), B(3; 6), C(-11; 10)$ . Найдите абсциссу точки  $D$ , если вектор  $\vec{AD}$  равен вектору  $\vec{AB} + \vec{AC}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

- 3** Цилиндр и конус имеют общее основание, вершина конуса лежит на оси цилиндра, высота конуса относится к высоте цилиндра как  $5 : 7$ . Найдите объём цилиндра, если объём конуса равен 35.

Ответ: \_\_\_\_\_

- 4** В магазине на полке стоят DVD-диски с фильмами, среди которых 170 триллеров, 210 комедийных фильмов, 201 фильм в жанре «фантастика» и 119 мультипликационных фильмов. Какова вероятность, что взятый наугад диск будет содержать либо комедийный, либо мультипликационный фильм?

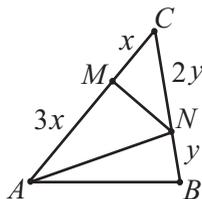
Ответ: \_\_\_\_\_

## Раздел III. Решения учебно-тренировочных задач

### Решения заданий №1

Номера задач, к которым приведены решения: 28, 33, 35, 36, 47, 53, 58, 143, 174, 177, 182, 190, 199, 202.

28. На сторонах  $AC$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  взяты точки  $M$  и  $N$  так, что  $AM : CM = 3 : 1$ ,  $BN : CN = 1 : 2$ , см. рисунок. Площадь треугольника  $ABC$  равна 51. Найдите площадь треугольника  $AMN$ .

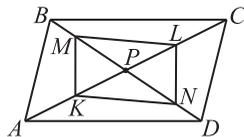


Решение.

Пусть  $CM = x$ ,  $BN = y$ , тогда из данных в условии отношений следует, что  $AM = 3x$ ,  $CN = 2y$ , см. рисунок. Так как у треугольников  $ACN$  и  $ABC$  высота из вершины  $A$  общая, то отношение площадей этих треугольников равно отношению оснований  $CN$  и  $BC$ , т.е.  $\frac{S_{ACN}}{S_{ABC}} = \frac{CN}{BC} = \frac{2y}{3y} = \frac{2}{3}$ . Отсюда получаем, что  $S_{ACN} = \frac{2}{3} S_{ABC} = 34$ .

У треугольников  $AMN$  и  $ACN$  общая высота из вершины  $N$ , поэтому отношение их площадей равно отношению  $AM : AC$ . Из равенства  $\frac{S_{AMN}}{S_{ACN}} = \frac{AM}{AC} = \frac{3x}{4x}$  получаем, что  $S_{AMN} = \frac{3}{4} S_{ACN} = \frac{3}{4} \cdot 34 = 25,5$ .

33. На диагоналях  $AC$  и  $BD$  параллелограмма  $ABCD$  взяты соответственно пары точек  $K, L$  и  $M, N$  так, что  $AK = CL = \frac{1}{4} AC$ ,  $BM = DN = \frac{1}{6} BD$ , см. рисунок. Найдите площадь четырёхугольника  $KMLN$ , если площадь параллелограмма  $ABCD$  равна 36.



Решение.

Пусть  $P$  — точка пересечения диагоналей данного параллелограмма. Тогда  $AP = \frac{1}{2} AC$ ,  $BP = \frac{1}{2} BD$ . Выразим длины отрезков  $PM$  и  $PK$  через длины диагоналей:  $PK = AP - AK = \frac{1}{2} AC - \frac{1}{4} AC = \frac{1}{4} AC$ ,  $PM = BP - BM = \frac{1}{2} BD - \frac{1}{6} BD = \frac{1}{3} BD$ . Отсюда находим, что  $PK : AP = \frac{AC}{4} : \frac{AC}{2} = \frac{1}{2}$ ,  $PM : BP = \frac{BD}{3} : \frac{BD}{2} = \frac{2}{3}$ . Так как пло-